

Übungen zur Analysis III WS 06/07

5. Serie

1. Es sei $\partial\Omega$ eine Randfläche und \vec{l} ein beliebiger aber fester Vektor im \mathbb{R}^3 . Zeigen Sie

$$\int_{\partial\Omega} \cos(\vec{n}, \vec{l}) do = 0.$$

2.* Berechnen Sie das Oberflächenintegral

$$\int_{x^2+y^2+z^2=R^2} \left((y^2+z^2)x + (x^2+z^2)y + (x^2+y^2)z \right) do$$

mit Hilfe des Integralsatzes von Gauß.

3. Bestätigen Sie den Integralsatz von Stokes für die Vektorfunktion $f(x, y, z) = (x, y, z)$ auf dem Flächenstück $z = x^2 - y^2, x^2 + y^2 \leq a^2$.

4.* Berechnen Sie das Kurvenintegral

$$\int (y^2 - z^2)dx + (z^2 - x^2)dy + (x^2 - y^2)dz$$

entlang des Randes der Fläche $x^2 + y^2 + z^2 = a^2, x, y, z \geq 0$, beginnend bei $(a, 0, 0)$ über $(0, a, 0), (0, 0, a)$ bis $(a, 0, 0)$ mit Hilfe des Integralsatzes von Stokes

- a) durch Projektion auf die $x - y$ -Ebene
- b) durch Verwendung von Kugelkoordinaten.

5. Zu einer Parameterdarstellung Φ einer Fläche und einem stetig differenzierbaren Vektorfeld $\vec{F} = (f, g, h)$ auf dieser Fläche sei

$$U(u, v) = \vec{F}(\Phi(u, v)) \cdot \phi_n(u, v) \quad \text{und} \quad V(u, v) = \vec{F}(\Phi(u, v)) \cdot \phi_v(u, v).$$

- a) Zeigen Sie $\frac{\partial V}{\partial u} - \frac{\partial U}{\partial v} = \text{rot} \vec{F} \cdot (\phi_u \times \phi_v)$.
- b) Führen Sie den Integralsatz von Stokes zurück auf den Integralsatz von Green.

Zu den mit * gekennzeichneten Aufgaben sind schriftliche Lösungen anzufertigen und in der Woche vom **20. 11. - 24. 11.** in den Übungen abzugeben.