

Übungen zur Analysis III WS 06/07

1. Serie

1. Berechnen Sie die Bogenlänge der Kurve $x(t) = R(t - \sin t)$ und $y(t) = R(1 - \cos t)$ zwischen den Punkten $(0, 0)$ und $(2\pi R, 0)$.
2. Berechnen Sie die Bogenlänge der Schnittkurve der Flächen $x^2 + y^2 = z$ und $y = x \tan z$ zwischen den Punkten $(0, 0, 0)$ und $\left(\frac{1}{2}\sqrt{\frac{\pi}{2}}, \frac{1}{2}\sqrt{\frac{\pi}{2}}, \frac{\pi}{4}\right)$.
3. Nach welcher Formel ist die Bogenlänge einer in der Form $\rho = f(\varphi), \varphi_1 \leq \varphi \leq \varphi_2$ (Polarkoordinaten) gegebenen Kurve zu berechnen?
- 4.* Berechnen Sie $\int (x^{4/3} + y^{4/3}) ds$ entlang der Astroide $x^{2/3} + y^{2/3} = a^{2/3}, x, y \geq 0$.
- 5.* Bestimmen Sie den Schwerpunkt des Halbkreises $x^2 + y^2 = R^2, y \geq 0$.
6. Berechnen Sie das Kurvenintegral
$$\int_{\mathcal{K}} x dx + y dy + (xz - y) dz, \quad \mathcal{K} \text{ geradlinig von } (0, 0, 0) \text{ nach } (1, 2, 4).$$
7. Berechnen Sie das Kurvenintegral $\int_{\mathcal{K}} \frac{dx}{|x| + |y|} + \frac{dy}{|x| + |y|}$ entlang des Randes des Quadrats mit den Ecken $(1, 0), (0, -1), (-1, 0), (0, 1)$ (im Uhrzeigersinn).
8. Berechnen Sie das Kurvenintegral $\int_{\mathcal{K}} (x + y) dx + (x - y) dy$ entlang der Ellipse $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ (entgegen Uhrzeigersinn).
- 9.* Berechnen Sie das Kurvenintegral $\int_{\mathcal{K}} x dx + y dy + z dz$, wobei \mathcal{K} die Schnittkurve der Flächen $x + y = 2$ und $x^2 + y^2 + z^2 = 2(x + y)$ ist, von $(0, 0, 0)$ aus gesehen in Uhrzeigerrichtung orientiert.
10. Berechnen Sie das Kurvenintegral
$$\int (y^2 - z^2) dx + (z^2 - x^2) dy + (x^2 - y^2) dz$$
 entlang des Randes der Fläche $x^2 + y^2 + z^2 = a^2, x, y, z \geq 0$, beginnend bei $(a, 0, 0)$ über $(0, a, 0), (0, 0, a)$ bis $(a, 0, 0)$.

Zu den mit * gekennzeichneten Aufgaben sind schriftliche Lösungen anzufertigen und in der Woche vom **23. 10.** - **27. 10.** in den Übungen abzugeben.