

Analysis 3 - Partielle Differentialgleichungen
FSU Jena - WS 2006/2007
- Klausur -

08.02.2007

-
1. (4P) Wie ist die Standardgrundlösung $\Gamma(x)$ für den Laplaceoperator im \mathbb{R}^n definiert ($n = 2, n > 2$) ?
 2. (5P) Wie lautet die Definition für eine Greensche Funktion (1. Art) für ein beschränktes Gebiet $\Omega \subset \mathbb{R}^n$?
 3. (4P) Formulieren Sie das Maximumprinzip für das Anfangs-Randwertproblem der Wärmeleitungsgleichung.
 4. 4) (4P) Wie lautet das Anfangswertproblem für die Wellengleichung im \mathbb{R}^n ?
 - 4) (4P) Nennen Sie den Satz (d'Alembertsche Lösungsformel) für die Lösung des Anfangswertproblems der homogenen Wellengleichung im \mathbb{R}^1 .

5. (7P) Berechnen Sie das Oberflächenintegral

$$\int_F (x^2 + y^2 + z^2) \, do$$

für

$$F = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 + z^2 = R^2 \wedge |z| \leq h\}$$

6. (8P) Bestätigen Sie den Integralsatz von Stokes für die Vektorfunktion

$$\vec{f}(x, y, z) = (1, xz, xy)$$

auf der oberen Hälfte der Oberfläche der Einheitskugel.

7. (9P) Lösen Sie das Dirichlet-Problem $\Delta u = 0$ für das Quadrat $(0, \pi) \times (0, \pi)$ mit den Randbedingungen

$$u(x, 0) = \sin x, \quad u(x, \pi) = \sin 4x \quad \text{für } 0 \leq x \leq \pi$$

und

$$u(0, y) = 0 = u(\pi, y) \quad \text{für } 0 \leq y \leq \pi$$