Übungen zur Analysis II SS 08

6. Serie

***1.** Für ein Vektorfeld $F(x,y,z) = (f(x,y,z), g(x,y,z), h(x,y,z))$ (d. h. $F : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$) sind Rotation und Divergenz in kartesischen Koordinaten definiert durch

$$\operatorname{rot} F = \left(\frac{\partial h}{\partial y} - \frac{\partial g}{\partial z}, \frac{\partial f}{\partial z} - \frac{\partial h}{\partial x}, \frac{\partial g}{\partial x} - \frac{\partial f}{\partial y} \right)$$

und

$$\operatorname{div} F = \frac{\partial f}{\partial x} + \frac{\partial g}{\partial y} + \frac{\partial h}{\partial z}.$$

Berechnen Sie für ein skalares Feld φ (reellwertige Funktion)

*a) **[1 P.]** $\operatorname{div} \operatorname{grad} \varphi$ *b) **[1 P.]** $\operatorname{rot} \operatorname{grad} \varphi$ *c) **[1 P.]** $\operatorname{div} \operatorname{rot} F$

(Die Felder seien hinreichend oft differenzierbar.)

***2.** Entscheiden Sie, ob die Funktionen

*a) **[2 P.]** $f(x,y) = \begin{cases} xy\,\frac{x^2-y^2}{x^2+y^2} & \text{für} \quad (x,y) \neq (0,0) \\ 0 & \text{für} \quad (x,y) = (0,0) \end{cases}$

*b) **[2 P.]** $f(x,y) = \begin{cases} \frac{3x^2y-y^3}{x^2+y^2} & \text{für} \quad (x,y) \neq (0,0) \\ 0 & \text{für} \quad (x,y) = (0,0) \end{cases}$

c) $f(x,y) = \begin{cases} \frac{\sin(x^3+y^4)}{x^2+y^2} & \text{für} \quad (x,y) \neq (0,0) \\ 0 & \text{für} \quad (x,y) = (0,0) \end{cases}$

im Punkt $(0,0)$ differenzierbar sind.

3. Es sei

$$f(x,y) = \begin{cases} (x+y)^2 \sin \frac{1}{x+y} & \text{für} \quad x+y \neq 0 \\ 0 & \text{für} \quad x+y = 0 \end{cases}$$

a) Ist f differenzierbar?

b) Ist f stetig differenzierbar?

Zu den mit * gekennzeichneten Aufgaben sind schriftliche Lösungen anzufertigen und in der Woche vom **19.05. - 23.05.** in den Übungen abzugeben.