Übungen zur Vorlesung Analysis II SS 07

13. Übungsserie

1.) Berechnen Sie die Bogenlänge der folgenden Kurven:

a) $x = 3t,\ y = 3t^2,\ z = 2t^3$ von (0,0,0) nach (3,3,2)

b) $x = e^{-t}\cos t,\ y = e^{-t}\sin t,\quad z = e^{-t} \quad 0 \le t < \infty$
(Wie geht man mit dem unbeschränkten Parameterintervall um?)

c)* $\varrho(\varphi) = c(1+\cos\varphi) \quad c > 0 \quad 0 \le l \le 2\pi$ (Kardioide)

d)+ Schnittkurve von $(x-y)^2 = a(x+y)$ mit $x^2 - y^2 = \frac{9}{8}z^2$ von (0,0,0) bis zu einem Punkt (x_0, y_0, z_0), der auf beiden Flächen liegt.
Hinweis: Verwenden Sie z als Parameter.

e) $x = r(t - \sin t),\quad y = r(1-\cos t),\quad r > 0,\quad 0 \le t \le 2\pi$ (Zykloide)

2.) Berechnen Sie das folgende skalare Wegintegral $\int\limits_\gamma f(x)ds$, wenn

$$f(x,y,z) = x^2 + y^2 + z^2,\quad x = a\cos t,\quad y = b\sin t,\ z = bt,\quad 0 \le t \le 2\pi\ .$$

3.) Die Koordinaten des Schwerpunktes (x_0, y_0) eines ebenen "drahtförmigen" Gebildes, welches durch eine Kurve γ beschrieben wird, sind

$$x_0 = \frac{1}{l}\int\limits_\gamma x\,ds\ ,\quad y = \frac{1}{l}\int\limits_\gamma y\,ds\ ,$$

wobei l die Bogenlänge ist.
Berechnen Sie den Schwerpunkt der halben Zykloide
(vergl. Aufgabe 1e mit $0 \le t \le \pi$).

4.) Berechnen Sie die folgenden vektoriellen Kurvenintegrale $\int\limits_\gamma (x)dx$, wenn

a)* $f(x_1,x_2) = \begin{pmatrix} \sin x_1 \\ \sin x_2 \end{pmatrix}$ und γ der geradlinige Weg von $(0,\pi)$ nach $(\pi,0)$ ist.

b) $f(x,y,z) = \begin{pmatrix} y^2 - x^2 \\ z^2 - x^2 \\ x^2 - y^2 \end{pmatrix}$ und γ die Randkurve der Fläche
$x^2 + y^2 + z^2 = 1$ und $x, y, z \ge 0$ ("Achtelkugel") beginnend in (1,0,0) über (0,1,0) und (0,0,1) zurück nach (1,0,0) ist.

Es wird empfohlen, alle mit * gekennzeichneten Aufgaben schriftlich zu bearbeiten und in den Übungen in der Woche vom 16.07. bis 20.07.2007 abzugeben.
Bitte beachten Sie den neuen Termin (27.07. ab 10:00 Uhr) der Klausur Analysis I.