Übungen zur Vorlesung Analysis II SS 07

8. Übungsserie

1.)* Sei $f(t) = \int\limits_{x(t)}^{y(t)} g(t,\tau)\, d\tau$, wobei $g(t,\tau)$ stetig partiell differenzierbar nach t und τ ist, sowie $x(t)$ und $y(t)$ stetig differenzierbar sind.
Berechnen Sie $f'(t)$.
Hinweise

1. Betrachten Sie die Funktion $F(t,\xi,\eta) = \displaystyle\int_{\xi}^{\eta} g(t,\tau)\, d\tau$ mit $\xi = x(t)$ und $\eta = y(t)$ und nutzen Sie die Kettenregel.
2. Nutzen Sie o.B. die Vertauschbarkeit von partieller Ableitung und Integration.

2.) Ermitteln Sie die lokalen Extrema der folgenden Funktionen

a)* $f(x,y) = 3xy - x^3 - y^3$

b) $f(x,y) = 3x^2y + 4y^3 - 3x^2 - 12y^2 + 1$

c) $f(x,y) = \sqrt{x^2 + y^2}$

d) $f(x,y) = \sin x + \sin y + \cos(x+y) \qquad 0 \le x, y \le \frac{\pi}{4}$

e) $f(x,y) = (x^2 + 2y^2)e^{-(x^2+y^2)}$

3.)* Im $\mathbb{R}^2$ seien die Punkte $A = (x_1, y_1)$, $B = (x_2, y_2)$, $C = (x_3, y_3)$ gegeben. Bestimmen Sie denjenigen Punkt $U = (x, y)$ für den die Summe der Quadrate der Abstände zu A, B und C minimal wird.

4.) Gegeben seien n Punkte $(x_i, y_i) \in \mathbb{R}^2$. Man berechne die Gerade (Ausgleichsgerade) $y = Ax + B$ so, dass $f(A,B) = \sum\limits_{i=1}^{n} (y_i - (Ax_i + B))^2$ minimal wird.

Es wird empfohlen, alle mit * gekennzeichneten Aufgaben schriftlich zu bearbeiten und in den Übungen in der Woche vom 11.06. bis 15.06.2007 abzugeben.