

# Übungen zur Vorlesung Analysis II SS 07

## 6. Übungsserie

1.)\* Es sei  $u(x, y) = x^2 e^x e^y + y^2 e^x e^y$ . Berechnen Sie  $\frac{\partial^{m+n}}{\partial x^m \partial y^n} u$  !

2.) Es sei  $u(x, y) = f(\xi, \eta, \zeta)$  mit  $\xi = x^2 + y^2$ ,  $\eta = x^2 - y^2$ ,  $\zeta = 2xy$ .  
Bilden Sie alle partiellen Ableitungen 2. Ordnung von  $u(x, y)$ .

3.) Es seien  $\nu_1, \nu_2, \nu_3$  drei Einheitsvektoren, die ein Rechtssystem bilden, d.h. die paarweise orthogonal sind mit  $\nu_i \times \nu_{i+1} = \nu_{i+2} \pmod{3}$ .

Zeigen Sie, dass

$$\text{a) } \left( \frac{\partial u}{\partial \nu_1} \right)^2 + \left( \frac{\partial u}{\partial \nu_2} \right)^2 + \left( \frac{\partial u}{\partial \nu_3} \right)^2 = \left( \frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 + \left( \frac{\partial u}{\partial y} \right)^2 + \left( \frac{\partial u}{\partial z} \right)^2$$

$$\text{b) } \frac{\partial^2 u}{\partial \nu_1^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial \nu_2^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial \nu_3^2} = \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2},$$

falls  $u$  zweimal stetig differenzierbar ist.

4.)\* Berechnen Sie für die Funktion  $f(x, y) = \begin{cases} xy \frac{x^2 - y^2}{x^2 + y^2} & (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & (x, y) = (0, 0) \end{cases}$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}(0, 0) \quad \text{und} \quad \frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}(0, 0).$$

Es wird empfohlen, alle mit \* gekennzeichneten Aufgaben schriftlich zu bearbeiten und in den Übungen in der Woche vom 29.05. bis 01.06.2007 abzugeben.