

# Klausur zur Analysis II

## FSU Jena - WS 2002

Dozent: Prof. Haroske

Februar 02, 2002

---

### Aufgabe 01 - 6 Punkte

Bestimmen Sie je eine Stammfunktion von  $f(x)$

a)

$$f(x) = 2x \cot(x^2)$$

b)

$$f(x) = \frac{3x^3 + 6x^2 + 5x + 1}{(x+1)^2(x^2+x+1)}$$

### Aufgabe 02 - 2 Punkte

Berechnen Sie

$$\int_0^{\frac{1}{2}} \frac{x}{\sqrt{1-x^2}} dx$$

### Aufgabe 03 - 3 Punkte

Untersuchen Sie das uneigentliche Integral

$$\int_1^{\infty} \frac{\ln x}{x^2} dx$$

auf Konvergenz, und bestimmen Sie gegebenenfalls seinen Wert.

### Aufgabe 04 - 2 Punkte

Untersuchen Sie die Funktion

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{x^2 - y^2}{x^2 + y^2} & : (x, y) \neq (0, 0) \\ 1 & : (x, y) = (0, 0) \end{cases}$$

auf partielle Differenzierbarkeit bei  $(0, 0)$ ; berechnen Sie gegebenenfalls die entsprechenden partiellen Ableitungen.

### Aufgabe 05 - 3 Punkte

Gegeben sei die Funktion

$$f(x, y) = \frac{y}{1+x^2}$$

a) Berechnen Sie die Richtungsableitung  $\frac{\partial f}{\partial \nu}$  in Richtung  $\nu = \left(\frac{3}{5}, \frac{4}{5}\right)$  im Punkt  $(1, 2)$ .

b) Wie lautet die Gleichung der Tangentialebene an den Graphen der Funktion im Punkt  $(1, 2, 1)$  ?

**Aufgabe 06 - 3 Punkte**

Zeigen Sie, dass in einer Umgebung des Punktes  $(x_0, y_0, z_0) = (0, 0, 0)$  durch

$$x^4 + 2x \cos y + \sin y = 0$$

eindeutig die Funktion  $z = z(x, y)$  bestimmt ist.

Berechnen Sie die partiellen Ableitungen

$$\frac{\partial z}{\partial x}(x_0, y_0), \quad \frac{\partial z}{\partial y}(x_0, y_0)$$

**Aufgabe 07 - 4 Punkte**

Untersuchen Sie die Funktion

$$f(x, y) = x^3 - 3x + y^3 - 12y$$

auf relative Extremwerte.

**Aufgabe 08 - 4 Punkte**

Berechnen Sie den Abstand der Hyperbel

$$x^2 + 8xy + 7y^2 = 225$$

vom Koordinatenursprung.

*Hinweis: Rechnen Sie mit dem Quadrat des Abstandes, und rechtfertigen Sie diese Vereinfachung.*

**Aufgabe 09 - 2 Punkte**

Lösen Sie das Anfangswertproblem

$$y' = 2xy + x, \quad y(0) = 1$$

**Aufgabe 10 - 4 Punkte**

Berechnen Sie die allgemeine Lösung der Differentialgleichung

$$y'' + 4y = \frac{2}{\cos(2x)}$$

**Aufgabe 11 - 2 Punkte**

Berechnen Sie die Länge des Graphen der Funktion

$$y(x) = x\sqrt{x}, \quad x \in \left[0, \frac{4}{3}\right]$$

**Aufgabe 12 - 2 Punkte**

Berechnen Sie das Kurvenintegral 1. Art

$$\int_K (x + y) ds$$

wobei  $K$  für den Rand des Dreiecks mit den Eckpunkten  $(0, 0), (1, 0), (0, 1)$  steht.

**Gesamte Punktzahl: 37. Für den Übungsschein benötigen Sie mindestens 18 Punkte.**