

Analysis II
FSU Jena - SS 08
Klausur

Dozent: Prof. Albin Weber

23. July, 2008

Aufgabe 01

Wie lautet die Definition eines normierten Raumes (einschließlich der Eigenschaften der Norm)? (3 Punkte)

Aufgabe 02

Sei $f : D \subset X \rightarrow Y$ (X, Y metrische Räume).

Nennen Sie die Umgebungsdefinition ($\varepsilon - \delta$ -Definition) des Grenzwertes von f an der Stelle ξ . (2 Punkte)

Aufgabe 03

Formulieren Sie den Satz über die Berechnung der Richtungsableitung (einschließlich der Aussage über deren kleinsten und größten Wert). (3 Punkte)

Aufgabe 04

Sei $f : U \subset \mathbb{R}^{n+m} \rightarrow \mathbb{R}$, U offen und $g : U \rightarrow \mathbb{R}^m$.

Wie lautet die Lagrange Multiplikatorenregel (Satz) für lokale Extrema von $f(x, y)$ unter der Nebenbedingung $g(x, y) = 0$? (4 Punkte)

Aufgabe 05

Formulieren Sie den Satz von Fubini. (4 Punkte)

Aufgabe 06

Berechnen Sie die Stammfunktion zu $f(x) = e^{\sqrt{x}}$, $x > 0$. (3 Punkte)

Aufgabe 07

Für welche $p \in \mathbb{R}$ konvergiert

$$\int_2^{\infty} \frac{1}{x(\ln x)^p} dx$$

? Geben Sie den Wert des Integrals an! (3 Punkte)

Aufgabe 08

Es sei

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{xy}{\sin(x^2 + y^2)} & : 0 < x^2 + y^2 < \pi \\ 0 & : (x, y) = (0, 0) \end{cases}$$

- a) Für welche $(x, y) \in \mathbb{R}^2$ ist diese Funktion stetig? (2 Punkte)
- b) Berechnen Sie die partiellen Ableitungen von f in allen Punkten des \mathbb{R}^2 , in denen diese existieren. (2 Punkte)
- c) Geben Sie alle Punkte an, in denen f differenzierbar ist. (Begründen Sie Ihre Aussage). (2 Punkte)

Aufgabe 09

Bestimmen Sie das Taylorpolynom 5. Grades der Funktion

$$f(x, y) = (x^2 + y^2) \cdot \sin(xy)$$

im Nullpunkt. (2 Punkte)

Aufgabe 10

Finden Sie das Maximum der Funktion

$$f(x, y, z) = x^2 + 2y^2 + 3z^2$$

auf der Oberfläche der Kugel

$$x^2 + y^2 + z^2 = 100$$

(3 Punkte)

Aufgabe 11

Berechnen Sie

$$\int_K (x^2 + y^2) \, d(x, y, z)$$

wobei

$$K := \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 \leq R^2, |z| < h\}$$

Bemerkung: Nach Multiplikation mit der konstanten Dichte ρ entspricht der Wert dem Trägheitsmoment eines Zylinders bei Rotation um die Figurenachse.

(2 Punkte)