

# Klausur zur Analysis II

## FSU Jena - SS 2004

Dozent: Prof. Richter

July 10, 2004

---

### Aufgabe 01 - 8 Punkte

Berechnen Sie je eine Stammfunktion von

a) (3 Punkte)

$$f(x) = \frac{x}{\cos^2 x}$$

b) (2 Punkte)

$$f(x) = \sin^3 x \cos^2 x$$

c) (3 Punkte)

$$f(x) = \frac{1}{(x-1)(x^2+1)}$$

### Aufgabe 02 - 4 Punkte

Berechnen Sie

$$\int_0^1 \frac{dx}{(2-x)\sqrt{1-x}}$$

### Aufgabe 03 - 3 Punkte

Es sei die dritte Wurzel auf ganz  $\mathbb{R}$  erklärt.

Geben Sie alle Punkte an, in denen

$$z = f(x, y) = \sqrt[3]{x^3 + y^3}$$

differenzierbar ist.

### Aufgabe 04 - 3 Punkte

Geben Sie das Taylor-Polynom 2. Grades in  $(0, 0)$  von

$$f(x, y) = \frac{\cos x}{\sin x}$$

an.

### Aufgabe 05 - 4 Punkte

In  $\mathbb{R}^2$  seien die Punkte  $A = (x_1, y_1)$ ,  $B = (x_2, y_2)$  und  $C = (x_3, y_3)$  gegeben. Bestimmen Sie denjenigen Punkt  $M = (x, y)$ , für den die Summe der Quadrate der Abstände zu  $A, B$  und  $C$  minimal wird.

**Aufgabe 06 - 6 Punkte**

Für  $u, v > 0$  sei

$$x = u + \ln v$$

$$y = v - \ln u$$

$$z = 2u + v$$

- a) (3 Punkte) Zeigen Sie, dass  $z$  als Funktion von  $x$  und  $y$  lokal existiert.  
b) (3 Punkte) Berechnen Sie  $z_x$  und  $z_y$  ausgedrückt durch  $u$  und  $v$ .

**Aufgabe 07 - 3 Punkte**

Bestimmen Sie die Extrema der Funktion

$$z = x_1^4 + x_2^4 + \dots + x_n^4$$

unter der Nebenbedingung

$$x_1 + x_2 + \dots + x_n = n \cdot a$$

**Aufgabe 08 - 9 Punkte**

Lösen Sie

a) (2 Punkte)  $2\sqrt{y} = y'$

b) (3 Punkte)  $y' + x^2y = x^2$

c) (4 Punkte)  $y' = \begin{pmatrix} -5 & 2 \\ 1 & -6 \end{pmatrix} y$