

Übungen zur Analysis I WS 07/08

12. Serie

1. Bestimmen Sie die Taylor-Reihen ($x_0 = 0$) von

(a) $f(x) = \cosh x$

*(b) (2 P.) $f(x) = (1 + x)^a$

*(c) (1 P.) $f(x) = \frac{1}{4 - x^2}$

*(d) (1 P.) $f(x) = \frac{1}{1 + x^2}$

(e) $f(x) = \arctan x$

2. Zeigen Sie $1 - \frac{1}{3 \cdot 3} + \frac{1}{5 \cdot 3^2} - \frac{1}{7 \cdot 3^3} + \dots = \frac{\pi}{2\sqrt{3}}$.

Hinweis: Verwenden Sie die Taylor-Reihe von $f(x) = \arctan x$.

3. Schätzen Sie den Fehler ab, den Sie machen, wenn Sie zur Berechnung von $\sqrt[3]{7}$ den Näherungswert $2 \left(1 - \frac{1}{24} - \frac{1}{9 \cdot 8^2} - \frac{5}{81 \cdot 8^3} \right)$ verwenden.

Hinweis: Verwenden Sie die Taylor-Entwicklung von $f(x) = (1 + x)^{1/3}$.

4.* (3 P.) Berechnen Sie Ober- und Untersumme für $f(x) = x^3$ auf $[-2, 3]$ für eine Zerlegung in n gleiche Teile.

Hinweis: $\sum_{k=1}^n k^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$.

5. Auf $[0, 1]$ sei $f(x) = \begin{cases} x & \text{falls } x \text{ rational} \\ 1 - x & \text{sonst.} \end{cases}$.

Berechnen Sie Ober- und Unterintegral.

Zu den mit * gekennzeichneten Aufgaben sind schriftliche Lösungen anzufertigen und in der Woche vom **28.01.** bis **01.02.** in den Übungen abzugeben.