

Übungen zur Diff.- und Integralrechnung WS 07/08

9. Serie

1.* (2 P.) Für $x > 0$ ist $\log x$ (oder $\ln x$) charakterisiert durch $e^{\log x} = x$.
Bestätigen Sie die Rechenregeln

(a) $\log(xy) = \log x + \log y$

(b) $\log(x/y) = \log x - \log y$.

2.* (3 P.) Für $a > 0$ ist $a^b = e^{b \log a}$. Bestätigen Sie

(a) $\log x^y = y \log x$

(b) $x^y x^z = x^{y+z}$

(c) $(x^y)^z = x^{yz}$.

3.* (4 P.) Für $a, x > 0$ ist $\log_a x$ charakterisiert durch $a^{\log_a x} = x$.
Bestätigen Sie

(a) $\log_a b \cdot \log_b c = \log_a c$

(b) $\log_a(xy) = \log_a x + \log_a y$

(c) $\log_a(x/y) = \log_a x - \log_a y$

(d) $\log_a x^y = y \log_a x$.

4. Berechnen Sie $\sum_{k=0}^{\infty} q^k \sin kx$ für $|q| < 1$.

Hinweis: Verwenden Sie die Summenformel für die geometrische Reihe.

5. Bestätigen Sie die Formeln

(a) $\sin x - \sin y = 2 \cos \frac{x+y}{2} \sin \frac{x-y}{2}$

(b) $\cos x - \cos y = -2 \sin \frac{x+y}{2} \sin \frac{x-y}{2}$.

6. Zeigen Sie, dass jede Linearkombination f von Sinus und Kosinus die Form

$$f(x) = a \sin(x - x_0)$$

hat.

Zu den mit * gekennzeichneten Aufgaben sind schriftliche Lösungen anzufertigen und in der Woche vom **7. 1.** bis **11. 1.** in den Übungen abzugeben.