

Übungen zur Differential- und Integralrechnung I (WS 07/08)

8. Serie

1.) Bestimmen Sie $f(x) = \lim_{n \rightarrow \infty} f_n(x)$ auf $[0, 1]$ für

a) $f_n(x) = x^n - x^{n+1}$

b) $f_n(x) = x^n - x^{2n}$

*c) **(3 P.)** $f_n(x) = nx(1-x)^n$.

Ist die Konvergenz gleichmäßig?

2.) Bestimmen Sie den Konvergenzradius der Potenzreihen

a) $\sum_{n=0}^{\infty} \binom{n+k}{n} x^n$, $k \in \mathbb{N}$

b) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^{n^2} x^n$

*c) **(2 P.)** $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n!} \left(\frac{n}{e}\right)^n x^n$

d) $\sum_{n=0}^{\infty} 2^{-n} x^{2^n}$

*e) **(2 P.)** $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^{2n}}{5^n}$

3.) Bestimmen Sie die Koeffizienten bis zur 7. Potenz der Potenzreihe zur Funktion

$$f(x) = \tan x.$$

*4.) **(4 P.)** Berechnen Sie

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan(\sin x) - \sin(\tan x)}{x^7}$$

mit Hilfe von Reihenentwicklungen.

Zu den mit * gekennzeichneten Aufgaben sind schriftliche Lösungen anzufertigen und in der Woche vom 17.12. - 21.12. in den Übungen abzugeben.