Übungen zur Differential- und Integralrechnung I (WS 07/08)

5. Serie

***1.** **(2 P.)** Entscheiden Sie, ob die Reihen

a) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n}$ b) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2}$

konvergieren.
Hinweis:

a) Verwenden Sie den Verdichtungssatz von Cauchy

b) Vergleichen Sie mit $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+1)}$

2. Untersuchen Sie die Reihen

a) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+4}{n^2-3n+1}$ b) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2+n}{n^4-11n+3}$ *c) **(4 P.)** $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n+1)^{n-1}}{(-n)^n}$

d) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n n!}{n^n}$ e) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n n!}{n^n}$

auf Konvergenz.

***3.** **(3 P.)** Für welche positiven Zahlen x konvergiert die Reihe $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{x}{n}\right)^n n!$?

4. Es sei $a_1 = 1$ und $a_{n+1} = \left(\sum_{k=1}^{n} a_k\right)^{-1}$.

Warum ist die Reihe mit diesen a_n divergent?

***5.** **(3 P.)** Berechnen Sie $\frac{1}{2} + \frac{3}{4} + \frac{5}{8} + \frac{7}{16} + \ldots$

<u>Hinweis:</u> Überzeugen Sie sich von der Konvergenz und stellen Sie $S - \frac{S}{2}$ dar $\quad (S = \sum a_n)$.

6. Berechnen Sie $\sum_{m,k=2}^{\infty} \frac{1}{m^k}$.

Zu den mit * gekennzeichneten Aufgaben sind schriftliche Lösungen anzufertigen und in der Woche vom 26.11. - 30.11. in den Übungen abzugeben.