

# Übungen zur Vorlesung Analysis 1      WS 06/07

## 13. Übungsserie

1.) Geben Sie Ober- und Untersumme für das Integral  $\int_0^1 a^x dx$  bei äquidistanter Zerlegung des Intervall  $[0, 1]$  in  $n$  gleiche Teile an und berechnen Sie den Limes für  $n \rightarrow \infty$ .

2.) Sei  $f(t)$  differenzierbar und  $f'(t)$  stetig und nullstellenfrei und  $f(t)$  habe die Stammfunktion  $F(t)$ . Geben Sie eine Stammfunktion der Umkehrfunktion  $f^{-1}(t)$  an.

3.\*) Verifizieren Sie die Formel

$$\int \frac{dx}{(x^2 + a^2)^{n+1}} = \frac{x}{2na^2(x^2 + a^2)^n} + \frac{2n-1}{2na^2} \int \frac{dx}{(x^2 + a^2)^n}$$

4.) Berechnen Sie je eine Stammfunktion zu

a\*)  $f(x) = x^2 \sin 2x$

b)  $f(x) = x^3 e^{-x^2}$

c\*)  $f(x) = \cos(\ln x)$

d)  $f(x) = [\ln(x + \sqrt{1+x^2})]^2$

e\*)  $f(x) = \frac{e^x}{e^x + e^{-x}}$

f)  $f(x) = \frac{\sin x \cos^3 x}{1 + \cos^2 x} \quad \{z = \cos x\}$

g)  $f(x) = x(1-x)^{10}$

h\*)  $f(x) = \frac{\sqrt{x}}{(\sqrt[4]{x^3+1})\sqrt[4]{x^3}} \quad \{z = \sqrt[4]{x^3}\}$

i)  $f(x) = \frac{1}{x \ln x \ln(\ln x)} \quad \{z = \ln(\ln x)\}$

Bemerkung: In geschweiften Klammern sind mögliche Substitutionen angegeben.

Es wird empfohlen, alle mit \* gekennzeichneten Aufgaben schriftlich zu bearbeiten und in den Übungen in der Woche vom 29.01. bis 02.02.2007 abzugeben.