Übungen zur Vorlesung Analysis 1 WS 06/07

6. Übungsserie

1.) Untersuchen Sie die gegebenen Reihen auf Konvergenz.
Falls in den Reihengliedern ein reeller Parameter λ vorkommt, geben Sie eine möglichst große Menge von Parametern an, für die Konvergenz vorliegt.

a) $\sum\limits_{k=1}^{\infty} \sin k\lambda$

b*) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} n^{n+\frac{1}{n}}/(n+\frac{1}{n})^n$

c) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{2+(-1)^n}{2^{n+1}}$

d) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{n^n \lambda^n}{n!} \quad (\lambda > 0)$

e*) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{n+1}-\sqrt{n-1}}{n}$

f) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1\cdot 3\cdot \ldots \cdot (2n-1)}{2\cdot 4\cdot \ldots \cdot 2n}\right)^{\lambda}$

g*) $\sum\limits_{k=1}^{\infty} \frac{\lambda^k}{1+\lambda^k}$

h) $\sum\limits_{n=2}^{\infty} \frac{(-1)^n}{\sqrt{n}+(-1)^n}$

i) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \lambda^{\sqrt{n}} \quad (\lambda > 0)$

j) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \cos n\pi \cdot \sin \frac{\pi}{n}$

2.*) Zeigen Sie, dass die Reihe $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{\sqrt{n}}$ konvergiert, aber nicht ihr Quadrat im Sinne des Cauchy-Produktes.

3.) Berechnen Sie die folgende Reihensumme $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n}$.

Hinweis: Stellen Sie die Partialsumme S_{2k} obiger Reihe mit Hilfe von Partialsummen der harmonischen Reihe dar und verwenden Sie die Aufgabe 3 der 5. Serie

4.*) Zeigen Sie, dass aus der Konvergenz von $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n^2$ und $\sum\limits_{n=1}^{\infty} b_n^2$ auch die Konvergenz von

$$\sum_{n=1}^{\infty} |a_n b_n|, \quad \sum_{n=1}^{\infty} (a_n+b_n)^2 \quad \text{und} \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{|a_n|}{n}$$

folgen.

Es wird empfohlen, alle mit * gekennzeichneten Aufgaben schriftlich zu bearbeiten und in den Übungen in der Woche vom 27.11 bis 01.12.2006 abzugeben.