Übungen zur Vorlesung Analysis 1 WS 06/07

2. Übungsserie

1.) Beweisen Sie durch vollständige Induktion, dass für je n reelle Zahlen $a_1 \ldots a_n$ gilt:

$$|a_1 + a_2 + \ldots a_n| \leq |a_1| + |a_2| + \ldots + |a_n|$$

2.) Beweisen Sie folgende Beziehung:

$$1 \cdot 1! + 2 \cdot 2! + \ldots + n \cdot n! = (n+1)! - 1$$

3.) Man zeige:

$$1 \cdot 2 + 2 \cdot 5 + 3 \cdot 10 + \ldots + n(n^2+1) = \frac{1}{4}(n^4 + 2n^3 + 3n^2 + 2n)$$

4.) Es sei p_n die n-te Primzahl bei der Ordnung der Größe nach, d.h.
$p_1 = 2,\ p_2 = 3,\ p_3 = 5$ u.s.w.
Zeigen Sie, dass $p_{n+1} \leq 2^{(2^n)}$ gilt.

5.) Es seien x_i positive Zahlen ($x_i > 0$). Zeigen Sie, dass aus $x_1 \cdot x_2 \cdot \ldots \cdot x_n = 1$ stets $x_1 + x_2 + \ldots + x_n \geq n$ folgt.

6.) Es seien $x_i \geq -1$ und die Vorzeichen aller x_i seien gleich. Beweisen Sie

$$(1+x_1) \cdot (1+x_2) \cdot \ldots \cdot (1+x_n) \geq 1 + x_1 + \ldots + x_n \ .$$

Es wird empfohlen, alle mit * gekennzeichneten Aufgaben schriftlich zu bearbeiten und in den Übungen in der Woche vom 30.10 bis 03.11.2006 abzugeben.