Klausur zur Analysis I

Weber

WS 2001/2002

Mit 17 Punkten ist die Klausur bestanden.

1. (2) Für welche reellen Zahlen x gilt
$$x+1<\frac{3x+2}{x+2}$$

2. (3) Bestimmen Sie die kleinste natürliche Zahl n_0, für die gilt
$$n>n_0 \Rightarrow 2^n \geq n^2$$

3. (2) Für welche komplexen Zahlen z gilt
$$z^2\,(1+i)=z\,(1-i)$$

4. (3) Vereinfachen Sie
$$(1+i)\left(1+i\sqrt{3}\right)\left(\sqrt{2}\cos\frac{\pi}{12}-i\sqrt{2}\sin\frac{\pi}{12}\right)$$

5. (3) Berechnen Sie
$$\sum_{k=0}^{\infty}\frac{\cos kx}{2^k}$$

6. (4) Bestimmen Sie
   (a) $\lim\limits_{n\to\infty}\left(1+\frac{1}{n^2}\right)^n$
   (b) $\lim\limits_{x\to 0}\arctan\left(\frac{\tan x}{x}\right)$

7. (5) Bestätigen Sie $\lim\limits_{x\to 1}\frac{1}{x^2}=1$, indem Sie zu gegebenem ε ein geeignetes δ angeben.

8. (3) Bestimmen Sie die Koeffizienten $c_0, c_1, c_2, \ldots, c_6$ der Potenzreihendarstellung
$$\sin x\cos x=\sum_{n=0}^{\infty}c_n x^n.$$

9. (6) Bestimmen Sie die Konvergenzradien der Potenzreihen
   (a) $\sum\limits_{n=0}^{\infty}\frac{\sqrt{n^n}}{n!}x^n$
   (b) $\sum\limits_{n=0}^{\infty}\frac{1}{2^{\sqrt{n}}}x^n$

(c) $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{n!}{(1/2)^{n^2}} x^n$

10. (4) Berechnen sie die vierte Ableitung von

(a) $f(x) = \log \frac{x+1}{x-1}$

(b) $f(x) = \frac{\left(x^2-1\right)^3}{x^2-2x+1}$