Übungen zur Algebra II

Blatt 12

Aufgabe 50 (2+2+2+2+2)

Sei $G := SL(2, \mathbb{F}_3)$. Zeigen Sie:

- (i) $|G| = 24$;
- (ii) $Z := Z(G)$ hat die Ordnung 2;
- (iii) $G/Z \cong \text{Alt}(4)$;
- (iv) G hat einen Normalteiler Q der Ordnung 8;
- (v) $G \not\cong \text{Sym}(4)$.

Aufgabe 51 (2+2+2)

- (i) Bestimmen Sie die Konjugationsklassen von $G := SL(2, \mathbb{F}_3)$.
- (ii) Berechnen Sie die Grade der irreduziblen komplexen Darstellungen von G .
- (iii) Geben sie die Charaktertafel von G an.

Hinweis: Teil (iii) von Aufgabe 50 ist hilfreich.

Aufgabe 52 (2+2+2)

- (i) Zeigen Sie, dass für endliche Gruppen G_1, G_2 und ihr direktes Produkt $G := G_1 \times G_2$ gilt:
 $\hat{G} \cong \hat{G}_1 \times \hat{G}_2$.
- (ii) Zeigen Sie, dass für jede endliche abelsche Gruppe G gilt: $\hat{\hat{G}} \cong G$.
- (iii) Beweisen Sie, dass für jede endliche abelsche Gruppe G die Abbildung $\Phi : G \rightarrow \hat{\hat{G}}$, die jedem $g \in G$ die Abbildung $\varphi_g : \hat{G} \rightarrow \mathbb{C}^\times, \lambda \mapsto \lambda(g)$, zuordnet, ein Isomorphismus von Gruppen ist.