

## Übungen zur Algebra I

### Blatt 10

#### Aufgabe 40 (2+2+2+2)

- (i) Zeigen Sie:  $[\mathbb{Q}(\sqrt{3}, \sqrt{5}) : \mathbb{Q}] = 4$
- (ii) Beweisen sie, dass  $\mathbb{Q}(\sqrt{3}, \sqrt{5}) | \mathbb{Q}$  eine Galoisweiterung ist.
- (iii) Bestimmen Sie  $\text{Gal}(\mathbb{Q}(\sqrt{3}, \sqrt{5}) | \mathbb{Q})$ .
- (iv) Berechnen Sie alle Teilkörper von  $\mathbb{Q}(\sqrt{3}, \sqrt{5})$ .

#### Aufgabe 41 (2)

Zeigen Sie, dass für jede Gruppe  $G$  gilt:  $Z(G) = \{1\} \Rightarrow Z(\text{Aut}(G)) = \{1\}$ .

#### Aufgabe 42 (2)

Zeigen Sie, dass  $\text{SL}(2, \mathbb{C}) = \{g \in \text{GL}(2, \mathbb{C}) : \det g = 1\}$  genau ein Element der Ordnung 2 enthält.

#### Aufgabe 43 (2)

Beweisen Sie:  $\text{Aut}(\text{Sym}(3)) \cong \text{Sym}(3)$ .

#### Aufgabe 44 (2)

Zeigen Sie explizit (d.h. ohne Verwendung des Fundamentalsatzes der Algebra), dass für  $a \in \mathbb{C}$  die Gleichung  $z^2 = a$  lösbar ist.